

# Pro/E 构建渐开线斜齿轮方法之精度比较

李 康 李万莉( 同济大学 机械工程学院 机械电子工程系, 上海 201804)

Comparison on precision of helical gear building methods in Pro/E

LI Kang, LI Wan-li( College of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

【摘 要】要在 Pro/E 中精确构建圆柱斜齿轮, 必须引入齿形参数来控制轮齿形状, 用关系工具建立原始参数、非独立参数以及轮齿结构尺寸之间的联系, 利用曲线方程生成渐开线和螺旋线; 轮齿建模思路有多种, 通过理论分析和工具应用可以发现不同方法的本质异同和细微差别, 并从中选出相对最精确和最便捷的建模方法。

关键词: 斜齿轮; 精确; 参数; 渐开线; 螺旋线

【 Abstract】 With the aim of constructing helical gear precisely in ProENGINEER, the tooth form parameters must be utilized to control the tooth shape and the RELATIONS tool is needed to establish the relations among primitive parameters, dependant parameters and dimensions of the gear; in addition, the involute and the spiral trajectory shall both be created through equation. By theoretical analysis and application of functions, it is always possible to note the essential differences or the subtle distinction among those various model building strategies and pick the most precise and the most efficient one as well.

Key words: Helical gear; Precise; Parameter; Involute; Spiral

中图分类号: TH132.413 文献标识码: A

## 1 斜齿轮形状分析

### 1.1 渐开线方程推导

渐开线齿廓是保证齿轮传动比不变的关键因素, 是保证精

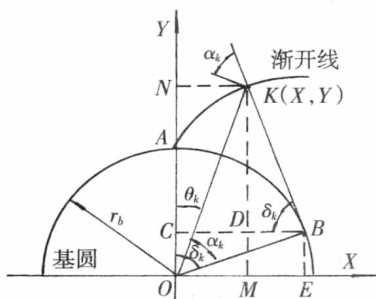


图 1 渐开线几何参数图

确建模的前提。如图 1- 渐开线重要几何参数图, 曲线 AK 为渐开线的一段, K 点 (X, Y) 为渐开线上任一点, 圆 O 为基圆, 半径  $r_b$ , BK 为发生线;  $\alpha_k$  为渐开线 AK 的展角,  $\alpha_k$  为 K 点的压力角,  $\alpha_k$  为两角之和, 由渐开线函数  $\text{inv}$

$\alpha_k = \tan \alpha_k - \alpha_k$  可知  $\alpha_k = \tan \alpha_k$ , 由图不难看出:

$$X = BC - BD; BC = r_b \sin \alpha_k; BD = KB \cos \alpha_k = \overline{AB} \cos \alpha_k = r_b \alpha_k \cos \alpha_k;$$

$$Y = KD + DM; KD = KB \sin \alpha_k = \overline{AB} \sin \alpha_k = r_b \alpha_k \sin \alpha_k;$$

$$DM = CD = r_b \cos \alpha_k; \text{ 故: } \begin{cases} X = r_b \sin \alpha_k - r_b \alpha_k \cos \alpha_k \\ Y = r_b \cos \alpha_k + r_b \alpha_k \sin \alpha_k \end{cases} \quad (1)$$

### 1.2 轮齿螺旋轨迹分析

假想用以齿轮轴为轴, 以直径在齿顶圆和齿根圆之间连续变化的系列圆柱面剖切各个轮齿并展开剖面可得类似图 2 的展开图。其中图 2 由分度圆柱展开面剖切所得, D 为分度圆直径, B 为齿宽,  $\beta$  为螺旋角 (单位为度), L 为螺旋线的升程, 且  $L = \beta D / \tan \beta$ 。螺旋线 MN 段即螺旋轨迹的方程为

$$\begin{cases} X = 0.5 \cdot D \cdot \sin t \cdot (360 \cdot \beta \cdot \tan \beta \cdot D) \\ Y = 0.5 \cdot D \cdot \cos t \cdot (360 \cdot \beta \cdot \tan \beta \cdot D) \\ Z = t \cdot B \end{cases} \quad (2)$$

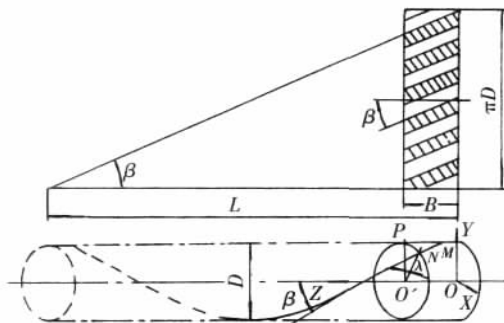


图 2 斜齿轮分度圆螺旋线展开

其中  $t$  是 Pro/E 中方程控制变量参数, 在 0-1 之间变化。螺旋轨迹 MN 可看作是从 M 到 P 沿齿宽方向的直线运动和从 P 到 N 绕轴 OO' 的旋转运动的合成, 其中旋转角度为  $t \cdot 360 \cdot \beta \cdot \tan \beta \cdot D$  也是螺旋轨迹精确控制的关键参数, 容易得出:

$$= 360 \cdot \beta \cdot (B/L) = 360 \cdot \beta \cdot \tan \beta \cdot D \quad (3)$$

### 1.3 变位齿轮形状分析

图 3 为变位渐开线斜齿轮端面基本几何参数示意图 (图中

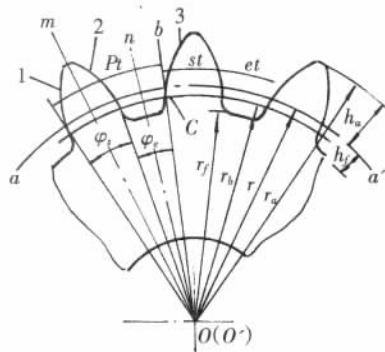


图 3 斜齿轮端面齿廓参数图

所示为正变位)。其中  $aa'$  为分度圆上一段,  $s_a$  为分度圆上的齿厚,  $e_a$  为分度圆上的齿槽宽,  $s_a$  为  $s_a$  所对之圆心角,  $e_a$  为  $e_a$  所对之圆心角。由于变位使得齿厚大于齿槽宽。且:

$$s_a = m \cdot (0.5 \cdot \dots)$$

\* 来稿日期: 2007- 05- 18

$$2 * x_i * \tan \varphi, e_a = m_n (0.5 * - 2 * x_i * \tan \varphi)$$

$$s_e = 2 * s_n / D, e_g = 2 * e_n / D \quad (4)$$

式中:  $m_n$ —斜齿轮端面模数;  $\varphi$ —端面压力角;  $x_i$ —端面变位系数。

## 2 Pro/E 建模方法

构建斜齿轮轮齿方法有二,一是直接长出轮齿,二是从齿顶圆柱上切除齿槽得到轮齿。

### 2.1 方法 1—可变剖面扫描切除齿槽

先用方程生成图 4 中渐开线 3,利用平面 NOO,镜像得到另一侧渐开线 2;借助该两条渐开线生成端面齿槽轮廓曲线,作齿顶圆柱并生成螺旋线轨迹;可变剖面扫描生成齿槽。

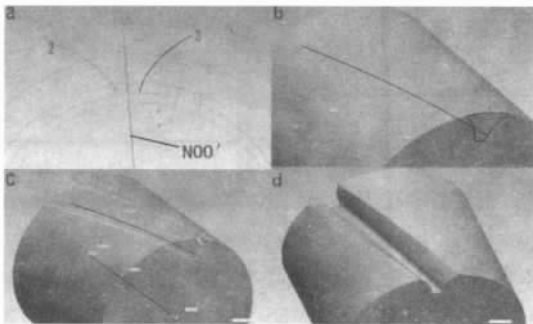


图 4 可变剖面扫描切除齿槽法示意图

#### 2.1.1 设置参数

新建名为 Helical\_Gear 的零件,打开参数编辑器。建立如下 8 个原始独立参数,所取数据可以根据需要更改。

法面模数  $M_N=1.25$ , 齿数  $Z=14$ , 法面压力角  $ALPHA_N=20$ , 螺旋角  $BETA=18$ , 法面齿顶高系数  $H_{AN}=1$ , 法面顶隙系数  $C_N=0.25$ , 法面变位系数  $=0.35$ , 齿宽  $B=20$ 。

合理修改上述参数数值然后用再生命令可以得到各种不同的齿轮。若将  $BETA$  设置为 0, 可得直齿圆柱齿轮, 设为负值可得旋向相反的斜齿轮; 将  $X_N$  设置为 0, 可得标准齿轮, 设为负值可得负变位齿轮。由此可见参数化建模的灵活性和便捷性。打开关系编辑器, 输入以下的关系式:

$$M_T = M_N / \cos(BETA); ALPHA_T = \arctan(\tan(ALPHA_N) / \cos(BETA))$$

$$D = Z * M_T;$$

$$DA = D + 2 * M_N * (H_{AN} + X_N)$$

$$DB = D * \cos(ALPHA_T)$$

$$DF = D - 2 * M_N * (H_{AN} + C_N - X_N)$$

$$X_T = X_N * \cos(BETA)$$

$$E_T = M_T * (0.5 * \pi - 2 * X_T * \tan(ALPHA_T))$$

$$PHI_E = 180 * 2 * E_T / (D * \pi)$$

$$R_F = 0.38 * M_N$$

由此得到如下 10 个非独立参数: 端面模数  $M_T=1.314$ , 端面压力角  $ALPHA_T=20.942$ , 分度圆直径  $D=18.400$ , 齿顶圆直径  $DA=21.776$ , 基圆直径  $DB=17.185$ , 齿根圆直径  $DF=16.151$ , 端面变位系数  $X_T=0.333$ , 端面齿槽宽  $E_T=1.730$ , 槽宽圆心角  $PHI_E=10.772$ , 齿根圆角半径  $R_F=0.475$

#### 2.1.2 生成渐开线

插入基准曲线>从方程, 选默认坐标系为坐标系, 坐标类型

为笛卡尔, 利用式(1)在公式编辑器里输入以下方程:

$$R = DB/2; DELTA = t * 60;$$

$$X = r * \sin(\varphi \cdot DELTA) - r * DELTA * (\pi/180) * \cos(\varphi \cdot DELTA)$$

$$Y = r * \cos(\varphi \cdot DELTA) + r * DELTA * (\pi/180) * \sin(\varphi \cdot DELTA)$$

$$Z = 0$$

此时可以得到图 4a 中的渐开线 3, 将其命名为 INV3。上述公式中的 60 可以控制欲生成渐开线的长短, 其意义是生成渐开线在终点处的展角与压力角之和, 即图 1 中的  $\kappa$ , 其取值没有严格要求, 但必须使渐开线超出齿顶圆。

#### 2.1.3 镜像渐开线

建立基准轴, 利用 RIGHT 和 TOP 平面相交作出齿轮的轴线 OO, 命名为 AXIS; 建立基准点, 利用渐开线 INV 和分度圆 D 相交作出两曲线的交点 C, 命名为 C; 建立基准平面, 过点 C 和轴 AXIS 作出平面 BOO, 命名为 BO; 建立基准平面, 利用过轴 AXIS 且与平面 BO 成一定角度作出镜像平面 MOO, 所成的角度为  $0.5 * PHI_E$  (图 3 中的  $BON$ ), 确认添加其为特征关系, 并将平面命名为 NO; 以平面 NO 将渐开线 INV3 镜像得到渐开线 2, 并将其命名为 INV2。最后用拉伸工具生成齿顶圆柱 CYLINDER\_DA。

#### 2.1.4 作出端面齿廓曲线和扫描轨迹

选择 FRONT 平面进入草绘环境, 沿用齿顶圆 DA, 齿顶圆弧 DF, 和渐开线 INV3 与 INV2, 作出与齿根圆相切的半径为  $R_F$  的齿根圆角圆弧, 得到图 4b 中的封闭齿廓曲线, 命名为 TRANSVERSE。

接下来创建原点轨迹线和螺旋线轨迹:

首先在 RIGHT 平面上草绘出图 4c 中沿轴线 AXIS 的线段, 其长度由宽度参数 B 控制, 将其命名为 AXIS\_B。用插入基准曲线命令选择从方程子项, 选默认坐标系为坐标系, 坐标类型选择笛卡尔子项, 利用式(2), 在公式编辑器里输入:

$$X = -0.5 * D * \sin(t * (1 * 360 * B * \tan(BETA) / (\pi * D)))$$

$$Y = 0.5 * D * \cos(t * (1 * 360 * B * \tan(BETA) / (\pi * D)))$$

$$Z = t * B$$

式中 X 和 Z 的表达式中的负号表示图 4 中 X 轴和 Z 轴所取的正方向与图 2 中相反。生成螺旋线轨迹命名为 SPIRAL。

#### 2.1.5 可变剖面扫描生成轮齿

插入>可变剖面扫描, 选扫描为实体子项和移除材料选项, 在参照标签的轨迹面板中选 AXIS\_B 作为原点轨迹, SPIRAL 作为链 1 轨迹; 用原点轨迹设置法向轨迹, 用链 1 设置 X 轨迹; 再在选项标签中设置剖面为恒定剖面; 接着进入剖面草绘环境, 沿用之前作好的 TRANSVERSE 的环, 确定完成剖面创建; 此时可以看到预览到如图 4d 所示的单个齿槽的效果图。完成的齿槽命名为 TOOTHSPACE。

### 2.2 方法 2—可变剖面扫描直接长出轮齿

类似法 1, 先生成渐开线 1, 镜像得渐开线 2; 画齿廓曲线做齿根圆柱并生成螺旋线; 可变剖面扫描出一个轮齿。

### 2.3 方法 3—混合扫描直接长出轮齿

类似方法 2 由渐开线 1 得到渐开线 2; 利用之前的两条渐开线, 生成端面齿廓曲线, 并作出齿根圆柱; 接着照图 6c 所示,

用复制中的移动命令将齿廓曲线分若干步(图示为4步), 边沿着轴线方向平移, 边绕着轴线旋转, 使总平移距离为齿宽, 总旋转角度为图2中的, 且每步的平移和旋转量都相等; 最后用扫描混合的拉伸命令, 齿廓曲线为截面边界, 以齿宽在轴线上的投影线段OO为扫描轨迹, 长出轮齿。需另添加原始独立参数TIMES\$ (旋转平移次数), 及关系式:

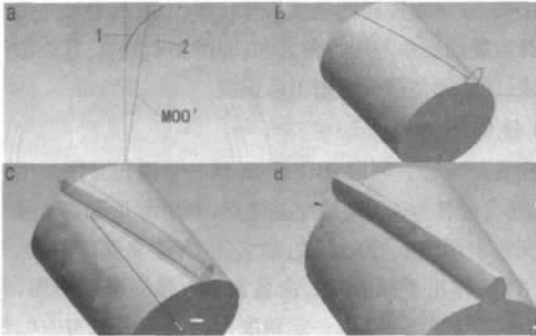


图5 可变剖面扫描直接长出轮齿法示意图

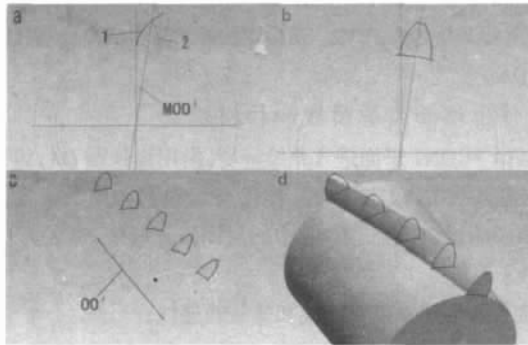


图6 混合扫描直接长出轮齿法示意图

$$\text{LAMDA}=360 \times B \times \tan(\text{BETA}) / (\text{PI} \times D)$$

$$\text{DISTANT}=B/\text{TIMES}$$

$$\text{ANGLE}=\text{LAMDA}/\text{TIMES}$$

LAMDA 即图2中的, DISTANT 和 ANGLE 分别为每步平移量和旋转量。

### 3 三种方法比较

三种方法所得齿轮端面齿廓曲线完全相同, 故关键是比较每个轮齿的精度。方法1和2及方法3当旋转平移次数TIMES取不同值时的齿顶和基圆螺旋线显然不完全相同。理想齿轮当基本参数确定时两曲线长度可以求出, 而生成齿轮的两曲线可以通过测量工具量得, 因此可利用此点比较建模精度。仍取先前轮齿参数, 得齿顶和基圆螺旋线的长度:

$$\text{LA}_T=B(\cos \alpha \tan(\text{DA}/D) \times \tan(\text{BETA}))=21.42757498$$

$$\text{LB}_T=B(\cos \alpha \tan(\text{DB}/D) \times \tan(\text{BETA}))=20.90058282$$

现将方法1、方法2和方法3当旋转平移次数TIMES取1到10时两曲线长度与理论值比较情况列于表1中(方法3TIMES为1时, 基圆螺旋线严重失真, 不需考虑):

为了更清楚地比较3种方法的精度, 可将表3中的数据以函数曲线近似模拟出来, 图7中左右两图纵轴分别表示齿顶和基圆螺旋线长度, 横轴表示方法3的旋转平移次数, 曲线0、1、2、3分别代表理论、方法1、方法2、方法3的情况。

表1 三种建模方法精度比较表

| 方法 | LA          | LA- A_T( $\times 10^{-9}$ ) | LB          | LB- B_T( $\times 10^{-9}$ ) |     |
|----|-------------|-----------------------------|-------------|-----------------------------|-----|
| 1  | 21.42758084 | 586                         | 20.90058113 | -169                        |     |
| 2  | 21.42751278 | -6220                       | 20.90058113 | -169                        |     |
| 1  | -           | -                           | -           | -                           |     |
| 2  | 21.42728006 | -29492                      | 20.90040758 | -17524                      |     |
| :  | :           | :                           | :           | :                           |     |
| 5  | 21.42758027 | 529                         | 20.90058611 | 329                         |     |
| 3  | 6           | 21.42757655                 | 157         | 20.90058402                 | 120 |
| :  | :           | :                           | :           | :                           |     |
| 10 | 21.42757528 | 30                          | 20.90058290 | 8                           |     |

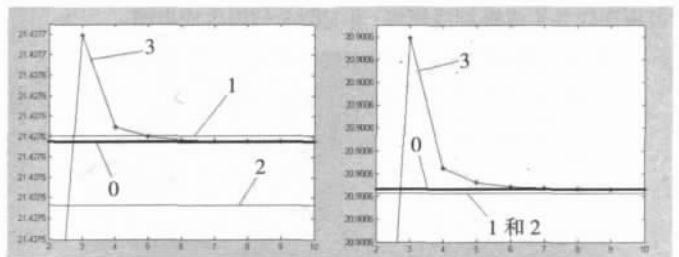


图7 齿顶圆和基圆螺旋线长度比较

不难看出, 方法1比方法2精确; 对于方法3, 当TIMES大于5时, 精度十分高, 当TIMES为4或5时, 精度于方法1相当, 当TIMES小于4时, 精度很低。从建模效率来看, 方法1和方法2比较快捷, 耗时相当, 而方法3的高精度是用繁琐操作和牺牲效率换来的, 因此在综合考虑各方面因素后可知, 方法1是相对最可取的, 方法3只有在精度要求十分高时才选用。

以上精度结果可以推广至一般情况, 对于基本参数不同的所有斜齿轮, 总可以通过改变旋转平移次数, 方法3的精度十分高。而且总能对三种方法的精度进行比较, 以供不同要求场合的需要。

### 4 结论

齿轮的三维建模如果要求较高的精确度, 则必须使用方程来生成渐开线。Pro/E斜齿轮三维建模相对直齿来说更为复杂, 原因是不容易精确生成每一个螺旋形状的轮齿。斜齿轮的形状参数较多, 如果所有的尺寸都使用参数来控制, 那么只需要修改参数经过再生模型命令就可以得到修改参数后的齿轮, 建模更加便捷。本文列出了三种典型的建模方法思路, 并对它们的建模精度和效率进行了对比, 提出了不同情况下的最佳选择方法, 尽管在一般情况下可能差别不大, 但是在某些精度要求比较特殊的场合, 尽可能地更精确地构建目标齿轮还是具有一定实际意义的。

### 参考文献

- 1 孙桓, 陈作模. 机械原理[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002
- 2 林清安. Pro/ENGINEER 零件设计高级篇. 北京: 清华大学出版社, 2006
- 3 杨峰, 黄效贺. 陈作模. Pro/ENGINEER 曲面设计技巧与实例[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2005
- 4 詹友刚. Pro/ENGINEER 中文野火版 2.0 范例教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005
- 5 程相文, 钱淑丽. 基于 Pro/E Wildfire 的斜齿轮精确建模[J]. 机械设计与制造, 2005(8):60-61
- 6 朱学文, 朱国文等. 斜齿轮的参数化建模与动力学分析[J]. 机械传动, 2006(2):32-33, 46